

A. BÖLÜNEBİLME KURALLARI

2 İLE BÖLÜNEBİLME

Birler basamağında 0, 2, 4, 6, 8 rakamlarından herhangi biri bulunan sayılar (çift sayılar) 2 ile tam (kalansız) bölünebilir.

Örneğin; 12, 44, 180, 1022, 7806, 9998 sayıları 2 ile tam bölünür.

3 İLE BÖLÜNEBİLME

Rakamları toplamı 3 ve 3'ün katı olan sayılar 3 ile tam (kalansız) bölünürler.

ÖRNEK: 804 sayısı 3 ile tam bölünür mü?

ÇÖZÜM: 804 sayısının rakamlarını toplarsak $8+0+4=12$ buluruz. 12 sayısı 3'ün katı olduğundan bu sayı 3 ile tam bölünür.

ÖRNEK: 3203 sayısı 3 ile bölünür mü?

ÇÖZÜM: 3203 sayısının rakamlarını toplarsak $3+2+0+3=8$ buluruz. 8 sayısı 3'ün katı olmadığından 3203 sayısı 3 ile tam bölünemez.

4 İLE BÖLÜNEBİLME

Son iki basamağında 00 veya 4'ün herhangi bir katı olan sayılar 4 ile kalansız (tam) bölünürler.

ÖRNEK: 74, 2900, 504, 7020, 3456,

17362 sayılarından hangileri 4 ile tam bölünür?

ÇÖZÜM: Bir sayının 4 ile tam bölünebilmesi için son iki basamağında 00 veya 4'ün katı olan bir sayının bulunması gerekmektedir. Öyleyse bu sayıların son iki basamağını inceleyelim:

74 \Rightarrow 4'ün katı değil, 4 ile tam bölünemez.

2900 \Rightarrow Son iki basamağında 00 olduğundan 4 ile tam bölünür.

504 \Rightarrow Son iki basamağında 04 var, bu sayı 4'ün katı olduğundan 504 sayısı 4 ile tam bölünür.

7020 \Rightarrow Son iki basamağında 20 var. 20 sayısı 4'ün katıdır. Öyleyse 7020 sayısı 4 ile tam bölünür.

3456 \Rightarrow Son iki basamağında 56 var. 56 sayısı 4'ün katıdır. Öyleyse 3456 sayısı 4 ile tam bölünür.

17362 \Rightarrow Son iki basamağında 62 sayısı var. 62 sayısı 4'ün katı değildir. Öyleyse 17362 sayısı 4 ile tam bölünemez.

5 İLE BÖLÜNEBİLME

Birler basamağında 0 yada 5 rakamı bulunan sayılar 5 ile tam (kalansız) bölünür.

Örneğin; 10, 765, 9870, 340, 80000, 127655 sayıları birler basamağında 0 yada 5 rakamlarından biri bulunduğu için 5 ile tam bölünürler.

6 İLE BÖLÜNEBİLME

Aynı anda hem 2'ye hem de 3'e tam bölünen sayılar 6'ya da tam bölünür.

ÖRNEK: 6708 sayısı 6 ya tam bölünür mü?

ÇÖZÜM: Bir sayının 6 ya tam bölünebilmesi için 2'ye ve 3'e tam bölünmesi gerekiyordu.

Öyleyse 6708 sayısını inceleyelim:

6708 sayısının birler basamağında 8 rakamı olduğu için 2'ye tam bölünür.

6708 sayısının rakamlarını

toplarsak $6+7+0+8=21$ olur. 21 sayısı 3'ün katıdır.

Dolayısıyla 6708 sayısı 3 ile tam bölünür.

6708 sayısı hem 2'ye hemde 3'e tam bölündüğünden bu sayıların çarpımı olan $(2 \times 3 = 6)$ 6'ya da tam bölünür.

9 İLE BÖLÜNEBİLME

Rakamları toplamı 9 veya 9'un katı olan sayılar 9 ile tam (kalansız) bölünebilir.

ÖRNEK: 8027 sayısı 9 ile tam bölünebilir mi?

ÇÖZÜM: 8027 sayısının rakamlarını

toplarsak; $8+0+2+7=17$ buluruz. 17 sayısı 9'un katı olmadığı için 8027 sayısı 9 ile tam bölünemez.

10 İLE BÖLÜNEBİLME

Birler basamağı 0 olan sayılar 10 ile tam (kalansız) bölünür.

Örneğin; 10, 240, 560, 7430, 9970, 900000 gibi sayılar birler basamağında 0 olduğu için 10 ile tam bölünürken, 24, 679, 9678, 38752 gibi sayılar birler basamağı 0 olmadığı için 10 ile kalansız bölünemez.

B. ASAL SAYILAR

1 ve kendisinden başka hiç bir sayma sayısına tam bölünemeyen 1'den büyük doğal sayılara **asal sayı** denir. Diğer bir ifade ile çarpanları sadece 1 ve kendisi olan 1'den büyük doğal sayılardır. 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29 ... sayıları birer asal sayıdır.

ÖRNEK: 2, 5, 4, 15 sayılarından hangileri asaldır bulalım.

2 sayısı sadece 1 ve 2'ye kalansız bölünür. Bu yüzden asal sayıdır.

5 sayısı sadece 1 ve 5'e kalansız bölünür. Bu yüzden asal sayıdır.

4 sayısı 1'e, 2'ye ve 4'e kalansız bölünür. Bu yüzden asal sayı değildir.

15 sayısı 1'e, 3'e, 5'e ve 15'e kalansız bölünür. Bu yüzden asal sayı değildir.

ASAL SAYILAR İLE İLGİLİ BİLGİLER

1 asal sayı değildir.

2 en küçük asal sayıdır.

2'den başka çift asal sayı yoktur. (Çünkü hepsi 2'ye de bölünür.)

ASAL ÇARPANLARA AYIRMA

Bir doğal sayıyı asal çarpanlarına ayırmak için iki yöntem kullanabiliriz. Bunlar çarpan ağacı ve bölen listesidir.

1) ÇARPAN AĞACI

Çarpan ağacı nedir, nasıl yapılır görelim.

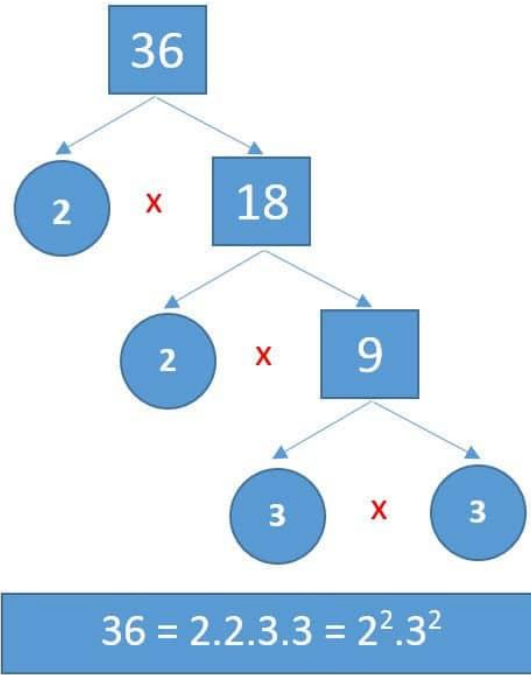
Bir sayıyı iki sayının çarpımı şeklinde yazarız (en küçük asal sayıdan başlayabiliriz). Daha sonra bulduğumuz sayıları asal sayı olana kadar bu işleme devam ederiz. Oluşan dalların uçlarındaki sayılar sayımızın asal çarpanlarıdır.

NOT: Çarpan ağacında dalların uçlarındaki asal sayıların çarpımı, çarpanlarına ayırdığımız sayıyı verir.

ÖRNEK: 36 sayısını çarpan ağacı kullanarak asal çarpanlarına ayıralım.

36 sayısının çarpanları : 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36'dır. Bunu bir sayının çarpanları konumuzda öğrenmiştik. Bu sayılardan asal sayı olanları asal çarpanlarımızdır.

36 sayısının asal çarpanları: 2 ve 3'tür. Şimdi bunu çarpan ağacı ile bulalım:



SORU: Aşağıdaki çarpan ağaçlarında verilmeyen A, B ve C sayılarını bulunuz.

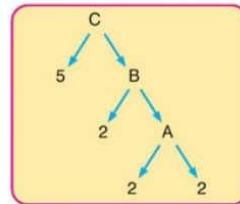
ÇÖZÜM: Birinci çarpan ağacı örneğini birlikte yapalım, kalan çarpan ağacı örnekleri sizin olsun.

Çarpan ağacında her sayı altındaki sayıların çarpımına eşittir. Alttan başlayarak

$$A = 2.2 = 4$$

$$B = 2.4 = 8$$

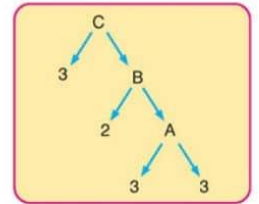
$$C = 5.8 = 40 \text{ bulunur.}$$



$$A = 2 \times 2 = 4$$

$$B = 2 \times 4 = 8$$

$$C = 5 \times 8 = 40$$



2) ASAL ÇARPANLAR ALGORİTMASI (Bölen Listesi)

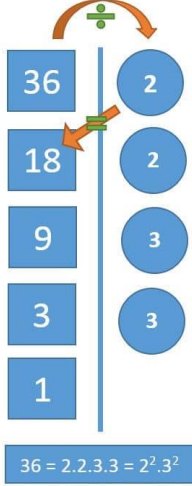
Asal Çarpanlar Algoritması nedir, nasıl yapılır görelim.

Sayımızın yanına dikey bir çizgi çekeriz ve en küçük asal sayıdan başlayarak ve tam bölünmediğinde bir

sonraki asal sayıya geçerek bölme işlemi yaparız. 1'i elde edince işlemimiz sona erer. Çizginin sağında kalan sayılar sayımızın asal çarpanlarıdır.

NOT: Bölen listesinde çizginin sağındaki asal sayıların çarpımı, çarpanlarına ayırdığımız sayıyı verir.

ÖRNEK: 36 sayısını asal çarpanlar algoritması ile asal çarpanlarına ayıralım.



DOĞAL SAYILARIN ORTAK KATLARI

İki ya da daha fazla doğal sayının katları arasından ortak olanlarına, bu sayıların **ortak katları** denir.

ÖRNEK: 6 ve 4 sayılarının ortak katlarını bulalım.

Öncelikle 6 ve 4 sayılarının katlarını ayrı ayrı yazalım:

6'nın katları : 6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, 48, ...

4'ün katları : 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, ...

Şimdi bu katlardan ortak olanlarını işaretleyelim.

6'nın katları : 6, **12**, 18, **24**, 30, **36**, 42, **48**, ...

4'ün katları : 4, 8, **12**, 16, 20, **24**, 28, 32, **36**, ...

4 ve 6'nın ortak katları: 12, 24, 36, 48,

İki ya da daha fazla doğal sayının ortak katları, bu sayıların ilk (en küçük) ortak katının katlarından oluşur. Örneğin yukarıdaki örnekte 4 ve 6'nın ortak katları (12, 24, 36, 48, ...), bu sayıların en küçük ortak katı olan 12'nin katlarıdır.

DOĞAL SAYILARIN ORTAK BÖLENLERİ

İki ya da daha fazla doğal sayıyı aynı anda bölen sayılara, bu sayıların **ortak böleni** denir.

ÖRNEK: 36 ve 24 sayılarının ortak bölenlerini bulalım.

Öncelikle 36 ve 24 sayılarının bölenlerini ayrı ayrı yazalım:

36'nın bölenleri : 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36

24'ün bölenleri : 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24

Şimdi bu bölenlerden ortak olanlarını işaretleyelim.

36'nın bölenleri : **1, 2, 3, 4, 6, 9, 12**, 18, 36

24'ün bölenleri : **1, 2, 3, 4, 6, 8, 12**, 24.

36 ve 24'ün ortak bölenleri: 1, 2, 3, 4, 6, 12'dir.

İki ya da daha fazla doğal sayının ortak bölenleri, bu sayıların en büyük ortak böleninin bölenlerinden oluşur. Örneğin yukarıdaki örnekte 36 ve 24'ün ortak bölenleri (1, 2, 3, 4, 6, 12), bu sayıların en büyük ortak böleni olan 12'nin bölenleridir.