

## A. BİR DOĞAL SAYININ ÇARPANLARI (BÖLENLERİ)

Her doğal sayı iki doğal sayının çarpımı olarak yazılabilir. Bu iki sayıdan her birine o sayının **çarpanı** denir. Bu çarpanlar aynı zamanda o sayıyı kalansız böldüğü için **bir doğal sayının çarpanları aynı zamanda bölenleridir**.

Çarpanları yazarken 1'den başlayarak son yazdığımız çarpanlara eşit olana kadar sırayla gitmek işlemlerinizi kolaylaştırır. Ayrıca **bölünebilme kuralları** konusunu tekrar ederseniz bu konuda ve sonraki konularda faydasını görürsünüz.

**ÖRNEK:** 24 sayısının pozitif çarpanlarını (kalansız bölenlerini) bulalım.

24'ü iki sayının çarpımı şeklinde yazalım. Aşağıdaki gibi sonuçlar elde ederiz.

$$24 = 1 \times 24$$

$$24 = 2 \times 12$$

$$24 = 3 \times 8$$

$$24 = 4 \times 6$$

24 = 6 x 4 Bir üstte aynısını yazmıştık, bu yüzden işlemimiz bitti.

Buna göre yukarıda yazdığımız sayılar 24'ün çarpanlarıdır. Bu çarpanlar aynı zamanda 24'ün kalansız bölenleridir.

**24'ün Pozitif Çarpanları / Bölenleri = 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24**

**ÖRNEK:** 60 sayısının pozitif çarpanlarını bulalım.

60'ı iki sayının çarpımı şeklinde yazarsak aşağıdaki sonuçları elde ederiz.

$$60 = 1 \times 60$$

$$60 = 2 \times 30$$

$$60 = 3 \times 20$$

$$60 = 4 \times 15$$

$$60 = 5 \times 12$$

$$60 = 6 \times 10$$

**60'ın Pozitif Çarpanları (Bölenleri) = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30 ve 60'tır.**

## B. ASAL SAYILAR

Pozitif çarpanları (bölenleri) sadece 1 ve kendisi olan 1'den büyük sayılara asal sayılar denir.

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, ... sayıları birer asal sayıdır.

**ÖRNEK:** 91 asal sayı mıdır? 91'in çarpanlarını bulalım.

$$91 = 1 \times 91$$

$$91 = 7 \times 13$$

Görüldüğü gibi 91 sayısının çarpanları arasında 1 ve kendisinden başka sayılar da vardır. Bu yüzden 91 sayısı asal sayı değildir.

# 1 asal sayı değildir, en küçük asal sayı 2'dir

# 2'den başka çift asal sayı yoktur. (Çünkü hepsi 2'ye de bölünür.)

# 1'den 200'e kadar olan asal sayılar için tıklayınız.

## C. ASAL ÇARPANLAR

Bir sayının çarpanlarından asal olanlarına bu sayının **asal çarpanları** denir.

**ÖRNEK:** 75 sayısının asal çarpanlarını bulalım.

75 sayısının tüm çarpanlarını yukarıda öğrendiğimiz yöntemle 1, 3, 5, 15, 25, 75 olarak buluruz.

Bu çarpanlar arasında asal sayı olanlar 3 ve 5 olduğu için 75'in asal çarpanları 3 ve 5'tir.

# Sayıların asal çarpanlarını bulmayı ve bir sayıyı asal çarpanlarının çarpımı şeklinde yazmayı aşağıdaki iki yöntemle yapabiliriz.

### 1) ÇARPAN AĞACI

Çarpan ağacı nedir, nasıl yapılır görelim.

Bir sayıyı iki sayının çarpımı şeklinde yazarız (en küçük asal sayıdan başlayabiliriz). Daha sonra bulduğumuz sayıları asal sayı olana kadar bu işleme devam ederiz. Oluşan dalların uçlarındaki sayılar sayımızın asal çarpanlarıdır

Çarpan ağacında dalların uçlarındaki asal sayıların çarpımı, çarpanlarına ayırdığımız sayıyı verir. Bir sayıyı bu şekilde yazarsak asal çarpanlarının tabanlarda bulunduğu üslü ifadelerin çarpımı şeklinde yazmış oluruz.

**ÖRNEK:** 36 sayısını çarpan ağacı kullanarak asal çarpanlarına ayıralım.

36 sayısının çarpanları : 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36'dır. Bunu bir sayının çarpanları konumuzda öğrenmiştik. Bu sayılardan asal sayı olanları asal çarpanlarımızdır.

36 sayısının asal çarpanları: 2 ve 3'tür. Şimdi bunu çarpan ağacı ile bulalım:

36 sayısının asal çarpanlarının çarpımı şeklinde yazılmış hali  $36 = 2^2 \cdot 3^2$  'dir.

**ÖRNEK:** 60 sayısını çarpan ağacı kullanarak asal çarpanlarına ayıralım.

60 sayısının çarpanları : 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30 ve 60'tır.

60 sayısının asal çarpanları: 2, 3 ve 5'tir. Şimdi bunu çarpan ağacı ile bulalım:

60 sayısının asal çarpanlarının çarpımı şeklinde yazılmış hali  $60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$  'tir.

**SORU:** Aşağıdaki çarpan ağaçlarında verilmeyen A, B ve C sayılarını bulunuz.

**ÇÖZÜM:** Birinci çarpan ağacı örneğini birlikte yapalım, kalan çarpan ağacı örnekleri sizin olsun.

Çarpan ağacında her sayı altındaki sayıların çarpımına eşittir. Altan başlayarak

$$A = 2 \cdot 2 = 4$$

$$B = 2 \cdot 4 = 8$$

$$C = 5 \cdot 8 = 40 \text{ bulunur.}$$

## 2) BÖLEN LİSTESİ (Asal Çarpanlar Algoritması)

Bölen listesi yani diğer adıyla asal çarpanlar algoritması nedir, nasıl yapılır görelim.

Sayımızın yanına dikey bir çizgi çekeriz ve en küçük asal sayıdan başlayarak ve tam bölünmediğinde bir sonraki asal sayıya geçerek bölme işlemi yaparız. 1'i elde edince işlemimiz sona erer. Çizginin sağında kalan sayılar sayımızın asal çarpanlarıdır.

Bölen listesinde çizginin sağındaki asal sayıların çarpımı, çarpanlarına ayırdığımız sayıyı verir. Bir sayıyı bu şekilde yazarsak asal çarpanlarının tabanlarda bulunduğu üslü ifadelerin çarpımı şeklinde yazmış oluruz.

**ÖRNEK:** 36 sayısını bölen listesi ile asal çarpanlarına ayıralım.

36 sayısını 2'den başlayarak asal sayılara sırayla bölüyoruz.

1'i elde ettiğimizde çizginin sağ tarafında kalan sayılar 36'nın asal çarpanlarıdır.

36 sayısının asal çarpanları 2 ve 3'tür.

Çizginin sağ tarafındaki sayıları çarparak 36 sayısını elde edebiliriz.

36 sayısının asal çarpanlarının çarpımı şeklinde yazılmış hali  $36 = 2^2 \cdot 3^2$  'dir.

